

ФИО студента _____

Контрольная работа 10.10.2016.

Вариант 1.

1. Докажите по индукции, что для $a, b \in \omega$ выполняется $a < b \Leftrightarrow a \subset b$.
2. Пусть $a \subseteq \omega$ — множество без наибольшего элемента, т. е.

$$\forall u(u \in a \Rightarrow \exists v(v \in a \& u \subset v)).$$

Докажите, что $\bigcup a = \omega$.

3. Пусть $p \subseteq \omega \times \omega \times \omega$ такое множество, что $(a, b, c) \in p \Leftrightarrow ab = c$.

Определите множество $g \subseteq \omega \times \omega \times \omega$ такое, что $(a, b, c) \in g \Leftrightarrow c = \gcd(a, b)$ (\gcd — наибольший общий делитель).

Вариант подхода к решению: начать с определения множества $g' \subseteq \omega \times \omega \times \omega$ такого, что $(a, b, c) \in g'$ тогда и только тогда, когда c — общий делитель a и b .

Вариант 2.

ФИО студента _____

Контрольная работа 10.10.2016.

1. Докажите по индукции, что для $a, b \in \omega$ выполняется $a < b \Leftrightarrow a \in b$.
2. Пусть $a \subseteq \omega$. Докажите, что $\bigcap a = \{t \mid \forall x(x \in a \Rightarrow t \in x)\}$ является наименьшим элементом в a .
3. Пусть $p \subseteq \omega \times \omega \times \omega$ такое множество, что $(a, b, c) \in p \Leftrightarrow ab = c$.

Определите множество $g \subseteq \omega \times \omega \times \omega$ такое, что $(a, b, c) \in g \Leftrightarrow c = \text{lcm}(a, b)$ (lcm — наименьшее общее кратное).

Вариант подхода к решению: начать с определения множества $g' \subseteq \omega \times \omega \times \omega$ такого, что $(a, b, c) \in g'$ тогда и только тогда, когда c — общее кратное a и b .