

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Московский физико-технический институт (государственный университет)

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

\_\_\_\_\_ Ю.А. Самарский

\_\_\_\_\_ 2006 г.

### **ПРОГРАММА И ЗАДАНИЯ**

по курсу: «Математическая логика-2»

для специальности 511610\_\_\_\_\_

факультет инноваций и высоких технологий

кафедра концептуального анализа и проектирования

курс 2

семестр 4

лекции 32

практические (семинарские)

занятия 16\_\_\_\_\_

Экзамен \_\_\_\_\_ семестр

Диф. зачет \_\_\_\_\_ семестр

Самостоятельная работа  
\_\_\_\_\_ (час. в неделю)

Всего часов 48

Программу составили:

Пономарев И.Н.

Программа обсуждена и одобрена на заседании Ученого совета факультета инноваций и высоких технологий  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 200\_\_ г.

Председатель Ученого совета ФИВТ, декан ФИВТ \_\_\_\_\_ В.Е. Кривцов

Программа обсуждена на заседании кафедры концептуального анализа и проектирования 6 мая 2006 г.

Заведующий кафедрой д.э.н. к.т.н., \_\_\_\_\_ З.А. Кучкаров

## **Программа курса**

### **1. Язык и аксиоматика теории множеств**

1.1. Интуитивное представление о множествах. «Наивная» аксиоматизация теории множеств посредством аксиомы экстенциональности и схемы аксиом неограниченного выделения, противоречивость «наивной» аксиоматизации. Парадокс Рассела.

1.2. Система аксиом Цермело-Френкеля с аксиомой выбора. Основные операции над множествами и их свойства. Упорядоченная пара по Куратовскому, декартово произведение и проекции множеств, их свойства.

1.3. Натуральные числа по фон Нейману, индукция и рекурсия по множеству натуральных чисел, арифметика натуральных чисел. Множества рациональных и действительных чисел.

### **2. Мощности множеств**

2.1. Бинарные отношения функции, инъекции, сюръекции, биекции и их свойства. Сравнение множеств по мощности.

2.2. Операции над мощностями, их свойства. Теоремы Кантора-Бернштейна, Кантора, Кёнига о свойствах мощностей множеств. Парадокс Кантора.

### **3. Упорядоченные множества**

3.1 Бинарные отношения эквивалентности, порядка и их свойства. Изоморфные и не изоморфные упорядоченные множества.

3.2. Вполне упорядоченные множества. Трансфинитная индукция и рекурсия. Теорема Цермело о вполне упорядочении. Сравнимость по мощности любых множеств в системах с аксиомой выбора. Ординалы. Парадокс Бурали-Форти. Кардиналы.

### **1 Роды структур**

4.1. Ступени и шкалы ступеней. Канонические распространения отображений. Переносимость соотношений и термов. Критерии биективной переносимости. Определение и примеры родов структур Бурбаки.

4.2. Эквивалентные и выводимые рода структур. Порождение множества структур данного рода и синтез родов структур.

## **Задание**

Номера задач указаны по книге Лавров И. А., Максимова Л. Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.

## **Язык и аксиоматика теории множеств**

Ч. I. § 1: 3; 4; 6; 8; 9; 11 (а, г, ж); 12 (в, д, ж, п, т); 13 (а, д, к); 14 (в, к); 15; 17; 18; 20. § 2: 1, 3, 6 (а, б, г).

## **Отношения и функции**

Ч. I. § 2: 8 (а, в); 9 (а, в); 12 (б, г); 13; 14; 22; 25 (а-д); 31 (а); 32 (а); 34; 35; 38 (а, в, д).

## **Мощности множеств**

Ч. I. § 4: 1; 5; 8; 10 (а); 13; 15; 16; 18; 19; 20; 23; 24; 30; 31; 36; 38; 39; 42.

## **Отношение эквивалентности**

Ч. I. § 3: 6; 7; 8; 9; 11; 12; 17; 19; 20.

## **Упорядоченные множества и ординальные числа**

Ч. I. § 3: 30; 39; 42; 49; 54; § 5: 13; 14; 38; 46; 47; 48; 50; 51; 66. Срок сдачи задания: 1–7 декабря.

## **Литература**

### **Основная:**

1. Колмогоров А. Н., Драгалин А. Г. Математическая логика. — 2-е, стереотип. изд. — М.: УРСС, 2005. — 240 с.
2. Лавров И. А., Максимова Л. Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
3. Пономарёв И. Н. Введение в математическую логику и роды структур: Учебное пособие. — М., МФТИ, 2007. — 240 с.

### **Дополнительная:**

1. Верещагин Н. К., Шень А. Х. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 1. Начала теории множеств. — М.: МЦНМО, 2002. — 128 с.

2. Френкель А. А., Бар-Хиллел И. Основания теории множеств / Под ред. А. С. Есенина–Вольпина. — М.: Мир, 1966. — 556 с.
3. Бурбаки Н. Теория множеств: Пер. с фр. / Под ред. Успенского В. А. — М.: Мир, 1965. — 455 с.
4. Павловский Ю. Н., Смирнова Т. Г. Проблема декомпозиции в математическом моделировании. М.: ФАЗИС, 1998. — 266 с.